

«УТВЕРЖДАЮ»

Директор

Федерального института
педагогических измерений



А.Г. Ершов
2010 г.

Государственная (итоговая) аттестация 2010 года (в новой форме)
по МАТЕМАТИКЕ обучающихся, освоивших основные
общеобразовательные программы

Демонстрационный вариант

экзаменационной работы для проведения в 2010 году
государственной (итоговой) аттестации (в новой форме)
по МАТЕМАТИКЕ обучающихся, освоивших основные
общеобразовательные программы основного общего
образования

подготовлен Федеральным государственным научным учреждением
«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

Демонстрационный вариант
экзаменационной работы для проведения в 2010 году
государственной (итоговой) аттестации (в новой форме)
по МАТЕМАТИКЕ обучающихся, освоивших основные
общеобразовательные программы основного общего образования

Демонстрационный вариант 1

Пояснения к демонстрационному варианту экзаменационной работы

При ознакомлении с демонстрационным вариантом следует иметь в виду, что включенные в него задания не отражают всех элементов содержания, которые будут проверяться с помощью вариантов КИМ в 2010 году. Полный перечень элементов содержания и умений, которые могут контролироваться на экзамене 2010 года, приведен в кодификаторах, размещенных на сайте www.fipi.ru.

Демонстрационный вариант предназначен для того, чтобы дать возможность любому участнику экзамена и широкой общественности составить представление о структуре будущей экзаменационной работы, числе и форме заданий, а также их уровне сложности. Приведенные критерии оценивания выполнения заданий с развернутым ответом, включенные в этот вариант, позволят составить представление о требованиях к полноте и правильности записи развернутого ответа.

Эти сведения дают выпускникам возможность выработать стратегию подготовки к сдаче экзамена по математике.

Демонстрационный вариант 2010 года

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух частей. В первой части 16 заданий, во второй – 5. На выполнение всей работы отводится 4 часа (240 минут). Время выполнения первой части ограничено, по истечении этого времени ответы на задания первой части работы сдаются.

При выполнении заданий первой части нужно указывать в экзаменационной работе только ответы, ход решения приводить не надо.

При этом:

- если к заданию приводятся варианты ответов (четыре ответа, из них верный только один), то надо обвести кружком **номер** выбранного ответа;
- если ответы к заданию не приводятся, то полученный ответ надо вписать в отведенном для этого месте;
- если требуется соотнести некоторые объекты (например, графики, обозначенные буквами А, Б, В, и формулы, обозначенные цифрами 1, 2, 3, 4), то впишите в приведенную в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Если вы ошиблись при выборе ответа, то зачеркните отмеченную цифру и обведите нужную:

~~1) 26~~ 2) 20 3) 15 4) 10

В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите новый:

Ответ: ~~$x = -12$~~ $x = 3$

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нем можно проводить дополнительные построения.

Задания второй части выполняются на отдельном листе с записью хода решения. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Правильный ответ в зависимости от сложности каждого задания оценивается одним или несколькими баллами. Баллы, полученные вами за все выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать как можно больше баллов.

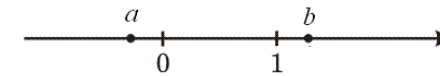
Желаем успеха!

Часть 1

- 1) Площадь территории Испании составляет 506 тыс. км². Как эта величина записывается в стандартном виде?
- 1) $5,06 \cdot 10^2$ км² 3) $5,06 \cdot 10^4$ км²
2) $5,06 \cdot 10^3$ км² 4) $5,06 \cdot 10^5$ км²

- 2) Из 59 девятиклассников школы 22 человека приняли участие в городских спортивных соревнованиях. Сколько приблизительно процентов девятиклассников приняли участие в соревнованиях?
- 1) 0,37 % 2) 27 % 3) 37 % 4) 2,7 %

- 3) Числа a и b отмечены точками на координатной прямой. Расположите в порядке возрастания числа $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$ и 1.



- 1) $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, 1$ 2) $1, \frac{1}{b}, \frac{1}{a}$ 3) $\frac{1}{a}, 1, \frac{1}{b}$ 4) $\frac{1}{b}, \frac{1}{a}, 1$

- 4) Найдите значение выражения $\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - 1$ при $x = 1$.

Ответ: _____

- 5) Из формулы периода обращения $T = \frac{t}{N}$ выразите время вращения t .

Ответ: _____

- 6) Какое из приведенных ниже выражений тождественно равно произведению $(x-4)(x-2)$?

- 1) $(x-4)(2-x)$
2) $-(x-4)(2-x)$
3) $(4-x)(x-2)$
4) $-(4-x)(2-x)$

- 7) Представьте выражение $6m + \frac{3-7m^2}{m}$ в виде дроби.

Ответ: _____

8 Какое из данных выражений **не равно** выражению $\frac{\sqrt{20}}{3}$?

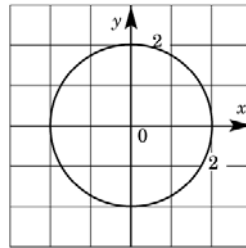
- 1) $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ 2) $\frac{20}{3\sqrt{20}}$ 3) $\frac{10}{3\sqrt{5}}$ 4) $\sqrt{\frac{20}{3}}$

9 Решите уравнение $x^2 + 7x - 18 = 0$.

Ответ: _____

10 Окружность, изображенная на рисунке, задается уравнением $x^2 + y^2 = 4$. Используя рисунок, установите соответствие между системами уравнений и утверждениями: к каждому элементу первого столбца подберите элемент из второго столбца.

- А) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = -x \end{cases}$ 1) система имеет одно решение
 Б) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = x - 4 \end{cases}$ 2) система имеет два решения
 В) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = -2 \end{cases}$ 3) система не имеет решений



Запишите в таблицу выбранные цифры.

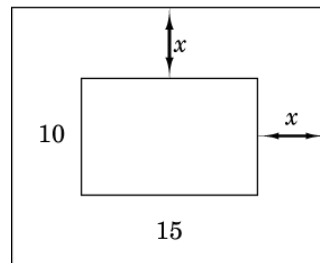
Ответ:

А	Б	В

11 Прочитайте задачу:
 «Фотография имеет форму прямоугольника со сторонами 10 см и 15 см. Ее наклеили на белую бумагу так, что вокруг фотографии получилась белая окантовка одинаковой ширины. Площадь, которую занимает фотография с окантовкой, равна 500 см^2 . Какова ширина окантовки?»

Пусть ширина окантовки равна x см. Какое уравнение соответствует условию задачи?

- 1) $(10 + 2x)(15 + 2x) = 500$
 2) $(10 + x)(15 + x) = 500$
 3) $10 \cdot 15 + (10x + 15x) \cdot 2 = 500$
 4) $(10 + 2x)(15 + x) = 500$



12 Решите неравенство $20 - 3(x + 5) < 1 - 7x$.

Ответ: _____

13 При каких значениях x верно неравенство $x^2 + 2x - 3 < 0$?

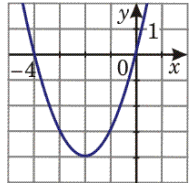
Ответ: _____

14 Из арифметических прогрессий, заданных формулой n -го члена, выберите ту, для которой выполняется условие $a_{25} < 0$.

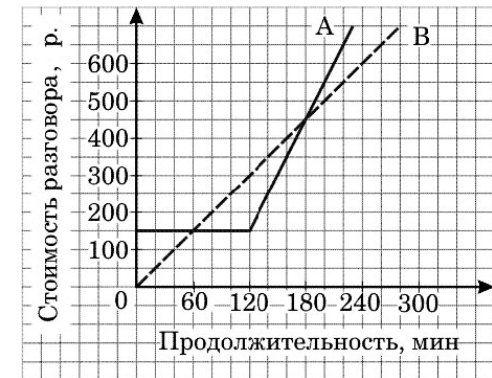
- 1) $a_n = 2n$ 3) $a_n = -2n + 100$
 2) $a_n = -2n + 50$ 4) $a_n = 2n - 100$

15 График какой из перечисленных ниже функций изображен на рисунке?

- 1) $y = x^2 + 4$
 2) $y = x^2 + 4x$
 3) $y = -x^2 - 4x$
 4) $y = -x^2 - 4$



16 Компания предлагает на выбор два разных тарифа для оплаты телефонных разговоров: тариф А и тариф В. Для каждого тарифа зависимость стоимости разговора от его продолжительности изображена графически. На сколько минут хватит 550 р., если используется тариф В?



Ответ: _____ мин.

Часть 2

При выполнении заданий 17–21 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

17 Решите уравнение $x^3 - 6x^2 - 4x + 24 = 0$.

18 Решите неравенство $(\sqrt{19} - 4,5)(5 - 3x) > 0$.

19 В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 108, а сумма второго и третьего членов равна 135. Найдите первые три члена этой прогрессии.

20 Прямая $2x + 3y = c$, где c – некоторое число, касается гиперболы $y = \frac{6}{x}$ в точке с отрицательными координатами. Найдите c .

21 Из пункта А в пункт В, расположенный ниже по течению реки, отправился плот. Одновременно навстречу ему из пункта В вышел катер. Встретив плот, катер сразу повернул и поплыл назад. Какую часть пути от А до В пройдет плот к моменту возвращения катера в пункт В, если скорость катера в стоячей воде вчетверо больше скорости течения реки?

Система оценивания экзаменационной работы

Ответы к заданиям части I

Номер задания	Правильный ответ
1	4
2	3
3	1
4	$-\frac{5}{12}$
5	$t = TN$
6	2
7	$\frac{3-m^2}{m}$
8	4
9	$x_1 = 2, x_2 = -9$
10	231
11	1
12	$x < -1$
13	$(-3; 1)$
14	4
15	2
16	220

Решения и критерии оценивания к заданиям части 2

17 Решите уравнение $x^3 - 6x^2 - 4x + 24 = 0$.

//**Ответ:** -2; 2; 6.

//**Решение.** Разложим на множители левую часть уравнения. Получим:
 $x^2(x-6) - 4(x-6) = 0$, $(x-6)(x^2-4) = 0$, $x-6=0$ или $x^2-4=0$. Значит, уравнение имеет корни: -2; 2; 6.

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания
2	Ход решения верный, оба его шага выполнены, получен верный ответ.
1	Ход решения правильный, многочлен в левой части уравнения разложен на множители, но при этом допущена ошибка в знаке, например, получен двучлен $x^2 + 4$, ответ дан с учетом этой ошибки. Или допущена описка на последнем шаге.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

18 Решите неравенство $(\sqrt{19} - 4,5)(5 - 3x) > 0$.

//**Ответ:** $(1\frac{2}{3}; +\infty)$. Другая возможная форма ответа: $x > 1\frac{2}{3}$.

//**Решение.** 1) Определим знак разности $\sqrt{19} - 4,5$. Так как $4,5 = \sqrt{20,25}$ и $\sqrt{20,25} > \sqrt{19}$, то $\sqrt{19} - 4,5 < 0$.

2) Получаем неравенство $5 - 3x < 0$. Отсюда $x > 1\frac{2}{3}$.

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания
3	Ход решения верный, оба его шага выполнены, получен верный ответ.
2	Ход решения верный, правильно выполнен первый шаг, но при решении линейного неравенства допущена вычислительная ошибка или описка.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

- 19** В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 108, а сумма второго и третьего членов равна 135. Найдите первые три члена этой прогрессии.

//Ответ: 48, 60, 75.

//Решение. 1) Пусть (b_n) – данная геометрическая прогрессия. Составим

$$\text{систему } \begin{cases} b_1 + b_1q = 108 \\ b_1q + b_1q^2 = 135 \end{cases}. \text{ Далее: } \begin{cases} b_1(1+q) = 108 \\ b_1q(1+q) = 135 \end{cases}, \begin{cases} b_1(1+q) = 108 \\ q \cdot 108 = 135 \end{cases}.$$

Отсюда $q = \frac{5}{4}$, $b_1 = 48$.

$$2) b_2 = 48 \cdot \frac{5}{4} = 60, b_3 = 60 \cdot \frac{5}{4} = 75.$$

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания
3	Ход решения верный, оба его шага выполнены, получен верный ответ.
2	Ход решения верный, решение доведено до конца, но допущена одна вычислительная ошибка и ответ отличается от правильного.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

- 20** Прямая $2x + 3y = c$, где c – некоторое число, касается гиперболы $y = \frac{6}{x}$ в точке с отрицательными координатами. Найдите c .

//Ответ: $c = -12$.

//Решение. Из уравнения $2x + 3y = c$ выразим y : $y = -\frac{2}{3}x + \frac{c}{3}$. Графики

функций $y = -\frac{2}{3}x + \frac{c}{3}$ и $y = \frac{6}{x}$ имеют единственную общую точку в том и

только в том случае, когда уравнение $-\frac{2}{3}x + \frac{c}{3} = \frac{6}{x}$ имеет один корень.

Получаем: $2x^2 - cx + 18 = 0$; $D = c^2 - 144 = 0$; $c = \pm 12$. Так как точка касания имеет отрицательные координаты, то $c < 0$ (учащиеся могут прийти к этому выводу хотя бы из геометрических соображений). Поэтому условию задачи

удовлетворяет только $c = -12$ (в этом случае получаем прямую $y = -\frac{2}{3}x - 4$,

которая касается ветви гиперболы, расположенной в третьей четверти, т.е. в точке с отрицательными координатами).

Комментарий. Подробное обоснование, почему выбрано значение $c < 0$, не требуется. Возможно наличие схематического рисунка.

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания
4	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.
3	Ход решения верный, все его шаги выполнены, но допущена вычислительная ошибка или описка.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

- 21** Из пункта А в пункт В, расположенный ниже по течению реки, отправился плот. Одновременно навстречу ему из пункта В вышел катер. Встретив плот, катер сразу повернул и поплыл назад. Какую часть пути от А до В пройдет плот к моменту возвращения катера в пункт В, если скорость катера в стоячей воде вчетверо больше скорости течения реки?

//Ответ: плот пройдет $\frac{2}{5}$ всего пути.

//Решение. Пусть скорость течения реки (и плота) x км/ч. Тогда скорость катера против течения равна $4x - x = 3x$ км/ч, а по течению $4x + x = 5x$ км/ч. Следовательно, скорость катера против течения в 3 раза больше скорости плота, а по течению – в 5 раз больше скорости плота. Если плот до встречи проплыл S км, то катер – в 3 раза больше, т.е. $3S$ км. После встречи катер пройдет $3S$ км, а плот – в 5 раз меньше, т.е. $\frac{3S}{5}$ км. Всего плот пройдет

$S + \frac{3S}{5} = \frac{8S}{5}$. Отношение пройденного плотом пути ко всему пути равно

$$\frac{\frac{8S}{5}}{4S} = \frac{2}{5}.$$

Другое возможное решение. Пусть скорость течения реки (и плота) x км/ч. Тогда скорость катера против течения равна $4x - x = 3x$ км/ч, а по течению $4x + x = 5x$ км/ч. Скорость сближения катера и плота равна $x + 3x = 4x$ км/ч. Встреча произошла через $\frac{AB}{4x}$ ч. За это время плот проплыл

$x \cdot \frac{AB}{4x} = \frac{AB}{4}$ км, а катер – $\frac{3AB}{4}$ км. Обратный путь катер пройдет за

$\frac{\frac{3AB}{4}}{5x} = \frac{3AB}{20x}$ ч. Плот за это время проплывет расстояние, равное

$x \cdot \frac{3AB}{20x} = \frac{3AB}{20}$ км, а всего он проплывет $\frac{AB}{4} + \frac{3AB}{20} = \frac{2AB}{5}$ км.

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания
4	Ход решения верный, все его шаги выполнены, получен верный ответ.
3	Ход решения верный, все его шаги выполнены, но допущена одна ошибка – в преобразованиях или вычислениях, с ее учетом дальнейшие шаги выполнены правильно.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.